ABlatt Tangenten und Parameter (2/2)

6.) $f_k(x) = x^3 - 2x^2 + kx + 2$; $f_k'(x) = 3x^2 - 4x + k$

1 $f_k(0) = 2 \Rightarrow S_y(0|2)$ unabh. vom Parameter, also für alle k

2.1 $m_T = f_k'(0) = k$; $y_0 = f_k(0) = 2$

$t = y_0 - mx_0 = 2 - k \cdot 0 = 2 \Rightarrow t_k(x) = kx + 2$ (Büschel durch (0|2))

2.2 $m \overset{!}{=} 0 \Rightarrow k = 0$

$f_0(x) = x^3 - 2x^2 + 2 = 2 \quad (= t_0(x))$

$\Leftrightarrow x^2(x-2) = 0$ $\qquad x_1 = 0$ do. SP = Berührpunkt (0|2)

$x_2 = 2$ einf. SP : $t_0(2) = 2 \Rightarrow S_2(2|2)$

2.3 Allgemein: Tangente bei $x_0 = 0$ schneidet G_{f_k} ein 2. Mal.

$f_k(x) = t_k(x) \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + kx + 2 = kx + 2 \Leftrightarrow x^2(x-2) = 0$

s.o.: $B_1(0|2)$ und $S_2(2|2)$ sind für alle k-Werte Berühr- bzw. Schnittpunkt

3.1 $m_T = f_k'(1) = -1 + k = k - 1$; $y_0 = f_k(1) = 1 - k$

$t = y_0 - m_T x_0 = 1 - k - (k-1) \cdot 1 = 2$

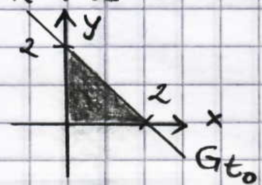
$t_k(x) = (k-1)x + 2$

3.2 $x + y = 0 \Leftrightarrow y = -x \Rightarrow m_g = -1$

$m_T \overset{!}{=} m_g \Rightarrow k - 1 = -1 \Leftrightarrow k = 0$; $t_0(x) = -x + 2$

NST von t_0 : $x_N = 2$; $S_y(0|2)$

$A_\Delta = \frac{1}{2} gh = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ [FE]



3.3 Ges: $A_\Delta(k)$

NST: $(k-1)x + 2 = 0 \Leftrightarrow (k-1)x = -2 \quad | :(k-1)$

1. Fall: $k - 1 = 0 \Leftrightarrow k = 1$

$0x = -2$ (↯)

$\Rightarrow$ keine NST $\Rightarrow$ kein Δ

2. Fall: $k \neq 1$

$x_N = \frac{-2}{k-1} = \frac{2}{1-k}$; $S_y(0|2)$

$A_\Delta(k) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left|\frac{2}{1-k}\right| = \left|\frac{2}{1-k}\right|$

3.4 $t(x) = (k-1)x + 2$ ist ein Büschel durch (0|2) = G (siehe 1)

Rechnung: $f_k(x) = t_k(x) \Rightarrow x^3 - 2x^2 + kx + 2 = kx - x + 2$

$x^3 - 2x + x = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \quad \left.\begin{array}{l} x_1 = 0 \text{ einf. SP} \\ x_2 = 1 \text{ do. SP} \end{array}\right\}$ beide unabh. von k